Tesis i treballs de fi de màster

Tesis

- Ferran Muiños va llegir la seva tesi, dirigida per Francesc Planas-Vilanova, titulada *Les equacions de les àlgebres de Rees d'ideals de tipus gairebé lineal*, l'octubre de 2011. La tesi correspon al Departament de Matemàtica Aplicada I de la Universitat Politècnica de Catalunya.

Donat un anell noetherià local $(R, \mathfrak{m})$ i un ideal $I \subseteq R$, l'àlgebra de Rees $\mathbf{R}(I)$ es defineix com la suma directa $\oplus_{n\geq 0} I^n$ de les potències naturals de l'ideal I. L'àlgebra de Rees té un rol molt rellevant en la interacció entre àlgebra commutativa i geometria algebraica, perquè l'esquema projectiu $\mathrm{Proj}(\mathbf{R}(I))$ és l'explosió (*blowup*) de l'esquema afí $\mathrm{Spec}(R)$ al llarg del subesquema $\mathrm{Spec}(R/I)$.

Les equacions de $\mathbf{R}(I)$ es poden definir com els elements del nucli Q d'una presentació polinomial $R[T_1, \ldots, T_s] \to \mathbf{R}(I)$. Encara avui dia, el problema de descriure les equacions de les àlgebres de Rees d'ideals, així com altres àlgebres relacionades com ara l'anell graduat associat $\mathbf{G}(I) = \oplus_{n\geq 0} I^n/I^{n+1}$ i el con de la fibra $\mathbf{F}(I) = \oplus_{n\geq 0} I^n/\mathfrak{m}I^n$, s'ha mostrat esquiu i important a la vegada per entendre els fenòmens que envolten aquestes àlgebres. Malgrat que Q depèn de la presentació, es demostra que els graus dels elements d'un sistema minimal de generadors homogenis de Q no depenen de la presentació escollida; el màxim d'entre aquests graus es coneix com el tipus de relació de l'ideal I (*relation type*), denotat $\mathrm{rt}(I)$. Aquest és un invariant numèric que dóna una mesura senzilla (i tanmateix útil en molts contextos) de la "riquesa" de relacions homogènies entre elements de l'ideal I. Quan $\mathrm{rt}(I) = 1$ es diu que I és un ideal de tipus lineal (*linear type*). Si $\mathbf{S}(I)$ denota l'àlgebra simètrica de I, es verifica que l'ideal I és de tipus lineal si i només si el morfisme canònic d'àlgebres graduades $\alpha\colon \mathbf{S}(I) \to \mathbf{R}(I)$ és un isomorfisme. Els ideals de tipus lineal han estat molt estudiats en les darreres dècades i tanmateix encara són una font de problemes interessants.

En aquest treball s'estudia el problema de descriure les equacions de $\mathbf{R}(I)$ quan l'ideal I és el que en diem de tipus gairebé lineal, segons la definició següent: I és de tipus gairebé lineal (*almost-linear type*) si admet la descomposició $I = J + (y)$ com a suma d'ideals, on J és un ideal de tipus lineal, $y \in R$. Els resultats principals d'aquest treball rauen en dues aproximacions diferents vers el problema: d'una banda, partint de l'estudi de l'anulació de l'homologia de Koszul; de l'altra, estudiant la rigidesa de l'anulació de les components graduades del nucli del morfisme α.

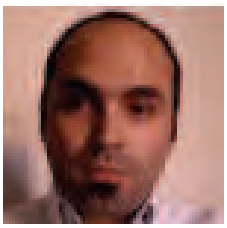
Pel que fa a la primera vessant, donem una descripció explícita de les equacions de $\mathbf{R}(I)$, on $I = J + (y)$ i J satisfà l'anul·lació d'una certa homologia de Koszul. Si bé l'anul·lació d'aquesta homologia no implica automàticament que J sigui de tipus lineal, sí que n'és una condició molt propera i ens permet a més estendre el resultat per a famílies d'ideals més generals. Els nostres resultats ens permeten recuperar, estendre i entendre d'una manera unificada resultats ja coneguts en el context deguts a W.V. Vasconcelos, S. Huckaba, N.V. Trung, W. Heinzer i M.K. Kim.

Pel que fa a la segona vessant, demostrem que la injectivitat d'una sola component graduada de $\alpha\colon \mathbf{S}(I) \to \mathbf{R}(I)$, el morfisme graduat canònic, és suficient per a garantir la injectivitat de la resta de components graduades de grau inferior, sempre que I sigui un ideal de tipus gairebé lineal. En particular, el nostre resultat respon parcialment i afirmativament a una pregunta formulada per A. Tchernev. Val a dir que el resultat és vàlid per als ideals de tipus gairebé lineal i encara per a famílies una mica més generals.

En cada capítol es donen exemples que il·lustren l'abast i les aplicacions dels resultants presentats, com ara càlculs explícits de les equacions de $\mathbf{R}(I)$ per a ideals monomi-

als en els elements d'una successió regular de R, o contraexemples fora de les hipòtesis dels resultats. Els exemples demostren que la casuística dins de la condició de tipus gairebé lineal és molt rica. L'autor també dóna una col·lecció de càlculs i exemples que motiven presents i futures activitats en aquest context de recerca.

- Pierluigi Casale va llegir la seva tesi, dirigida per Oriol Pujol i Petia Radeva, titulada *Mètodes aproximats d'*ensemble learning *per a aplicacions de reconeixement d'activitats físiques*, el dia 11 de novembre de 2011. La tesi correspon al Departament de Matemàtica Aplicada i Anàlisi de la Universitat de Barcelona.



"Estic perdent el cap.[...] Cada dia que passa se m'obliden les coses cada vegada més i me'n recordo menys. No tinc la malaltia d'Alzheimer ni cap dany cerebral. Només estic envellint". Amb aquestes paraules, Gordon Bell comença el seu llibre *Total Recall: How the E-Memory Revolution will Change Everything*. Bell, un referent en el món de la informàtica, ha estat el primer a gravar digitalment la seva vida. Portava una càmera automàtica i un braç-banda que va registrar les seves dades biomètriques i va començar a gravar les trucades telefòniques. Les paraules de Bell se centren en una preocupació social important: l'envelliment. En aquest context, l'ús de les tecnologies de la informació i la comunicació (TIC) han de jugar un paper fonamental en la millora de la qualitat de vida. En particular, les solucions de les TIC basades en nous paradigmes computacionals com la computació ubiqua (Ubicomp), amb l'objectiu d'ocultar la complexitat tecnològica, farà de la gent gran i les persones amb discapacitats els usuaris més freqüents dels serveis TIC de eHealth a través de telèfons mòbils, tabletes i ordinadors. Amb els dispositius tecnològics interconnectats permanentment al voltant de la persona, la gent pot viure vides més llargues i saludables, canviant d'acord als seus hàbits i estil de vida. Aquestes xarxes d'àrea personal (*personal area network* – PAN) són l'objecte de discussió d'aquesta tesi. Les PAN representen els sensors i actuadors portàtils que perceben l'estat i controlen la salut de l'usuari. Els dispositius PAN poden aprendre dels usuaris el que els podria passar en un determinat moment i reaccionar d'una manera intel·ligent.

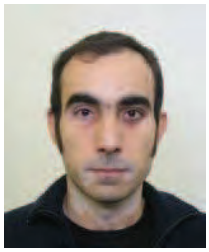
No obstant això, la majoria de tècniques d'aprenentatge automàtic que s'executen en els dispositius PAN són en general les metodologies desenvolupades per ordinadors de sobretaula. Algunes d'aquestes tècniques segueixen sent útils en el cas de dispositius PAN, d'altres són força difícils de poder adaptar a maquinari específic amb recursos limitats.

Aquesta tesi se centra en la recerca de metodologies computacionals capaces de reduir el grau de complexitat dels algorismes d'aprenentatge per adaptar-se als dispositius de còmput amb recursos limitats, com són els dispositius PAN. En particular, l'atenció s'ha centrat en conjunts de sistemes d'aprenentatge, metodologia àmpliament acceptada per garantir la millora de les prestacions d'un model predictiu. La tècnica de les projeccions aleatòries és capaç de reduir la complexitat de molts algorismes geomètrics i probabilístics. Les projeccions aleatòries s'utilitzen aquí per reduir la complexitat computacional del problema particular. Utilitzant aquestes projeccions, s'ha desenvolupat una nova metodologia per a problemes de classificació d'una sola classe, l'*approximate polytope ensemble* (APE) i la seva extensió per a problemes no convexos (NAPE) per a tasques de reconeixement d'activitats físiques. L'APE utilitza un casc convex per modelar els límits dels problemes de classificació. L'expansió i contracció del polítop original, governat per un paràmetre α, permet garantir millor la generalització. L'alta complexitat computacional necessària per a la construcció de l'envolupant convexa en espais d'alta dimensió se supera mitjançant la tècnica de projeccions aleatòries. L'estructura multidimensional que modela els límits del problema s'aproxima mitjançant projeccions aleatòries en espais bidimensionals. En aquests espais, construir l'envolupant convexa i comprovar si un punt està dins del polígon són problemes ben

coneguts amb solucions molt eficients. Els resultats experimentals han demostrat que l'APE i el NAPE representen una metodologia general molt bona també per a problemes generals de classificació d'una sola classe, ja que són competitius i moltes vegades superen l'estat de la tècnica de les metodologies en una classe de classificació. La baixa complexitat computacional de l'APE el converteix en un mètode adequat per a ser utilitzat en el sistema amb recursos computacionals limitats.

Quan s'utilitzen algorismes d'aprenentatge automàtic, l'alta dimensionalitat de les dades que els dispositius PAN poden recopilar representa una altra font de problemes. Per aquesta raó, s'ha fet un estudi sobre el conjunt òptim de característiques capaces de discriminar un subconjunt de l'activitat de la vida diària (AVD). BeaStreamer, una nova plataforma d'aplicació de còmput portàtil, s'ha desenvolupat per dur a terme experiments per al reconeixement d'AVD. Encara que el sistema va ser dissenyat inicialment per a tasques d'adquisició, les seves capacitats de computació permeten utilitzar el sistema com un ordinador portàtil potent i complet. BeaStreamer monitora l'activitat de l'usuari per mitjà d'una *web-cam* estàndard de baix cost i un acceleròmetre. Amb aquests sensors és capaç de proporcionar informació intelligent amb relació a les activitats de l'usuari. Usant BeaStreamer, les dades de les diferents activitats físiques poden ser fàcilment recollides durant gran quantitat de temps, garantint al mateix temps comoditat d' utilització per part de l'usuari. S'han classificat amb èxit cinc activitats de la vida diària amb altes prestacions. Per les dades de moviment, s'ofereix un conjunt de característiques significatives capaces de donar significat físic a les quantitats involucrades en el procés de classificació. Utilitzant l'únic conjunt de característiques de moviment seleccionades, s'obtenen bones actuacions de classificació utilitzant només l'acceleròmetre.

La confluència d'aquestes dues línies ha portat al desenvolupament d'una arquitectura d'aprenentatge automàtica capaç de verificar la gent per mitjà dels seus propis patrons de caminar. La capacitat de caminar i la desviació dels patrons regulars és simptomàtic de l'estat de salut d'una persona. El sistema desenvolupat és capaç de verificar els usuaris de forma discreta i fiable, adaptant-se als canvis que ocorren quan es camina a través d'entorns diferents. El mètode es basa en un sistema d'aprenentatge en dues capes. En el primer nivell, un classificador d'AVD personalitzat és capaç de distingir els patrons de caminar d'una manera molt més selectiva per a l'usuari. La segona etapa, basada en la metodologia d'APE, verifica l'usuari. El sistema de verificació final, robust a dades de soroll i als valors extrems, és capaç de manejar activitats de caminar que es duen a terme en diferents ambients, millorant en una escala temporal. Els resultats obtinguts mostren que el sistema millora significativament les taxes de verificació de patrons de marxa en comparació amb l'estat de l'art. Això dóna resultats encoratjadors per a implementar el sistema en una fase de proves a gran escala, per tal de comprovar-ne l'eficàcia en una àmplia gamma de situacions.



- Oriol Raventós Morera va llegir la seva tesi, dirigida per Carles Casacuberta Vergés i Fernando Muro Jiménez, titulada *Adams representability in triangulated categories*, el dia 18 de març de 2011. La tesi correspon al Departament d'Àlgebra i Geometria de la Universitat de Barcelona.

Els teoremes de representabilitat són fonamentals en teoria d'homotopia i en àlgebra homològica. El primer resultat d'aquest tipus va ser el teorema de representabilitat de Brown, del qual es desprèn que tota teoria de cohomologia additiva pot ser representada per un espectre.

En aquesta tesi s'estudia el problema de representar functors cohomològics definits en subcategories de categories triangulades, de manera anàloga al teorema de representabilitat d'Adams per a functors definits en espectres finits. Més concretament, si $\mathcal{T}$ és una categoria triangulada amb coproductes i α

és un cardinal regular, diem que $\mathcal{T}$ satisfà la *α-representabilitat d'Adams per a objectes* si tot functor cohomològic $H\colon \mathcal{T}^\alpha \to \mathbf{Ab}$ de la subcategoria plena d'objectes α-compactes $\mathcal{T}^\alpha \subset \mathcal{T}$ a la categoria dels grups abelians que envia coproductes de menys de α objectes a productes és de la forma $\mathcal{T}(-,X)|_{\mathcal{T}^\alpha}$ per a un objecte X de $\mathcal{T}$. La *α-representabilitat d'Adams per a morfismes* es defineix de manera semblant. Aquest problema havia estat estudiat prèviament per Christensen, Keller i Neeman per a $\alpha = \aleph_0$ (on $\aleph_0$ és el primer cardinal infinit). En aquesta tesi s'imposen condicions a $\mathcal{T}$ que impliquen la validesa de la α-representabilitat d'Adams per a cardinals $\alpha > \aleph_0$.

Nosaltres demostrem que si $\mathcal{T}$ és $\aleph_1$-compactament generada i $\mathcal{T}^{\aleph_1}$ té cardinalitat igual o inferior a $\aleph_1$, aleshores $\mathcal{T}$ satisfà la $\aleph_1$-representabilitat per a objectes (on $\aleph_1$ denota el cardinal successor de $\aleph_0$). Utilitzem aquest resultat per a donar exemples de categories triangulades que satisfan la $\aleph_1$-representabilitat d'Adams per a objectes, tals com la categoria derivada d'un anell de cardinalitat $\aleph_1$ o la categoria motívica estable d'un esquema noetherià amb un recobriment per oberts afins amb anells de cardinalitat inferior o igual a $\aleph_1$.

Per a cardinals $\alpha > \aleph_0$ en general, donem condicions necessàries i suficients per a la validesa de la α-representabilitat d'Adams en funció d'una noció de dimensió pura projectiva adient. També introduïm les *categories α-Grothendieck* i demostrem el lema d'Auslander en aquest context. En el cas de les categories derivades d'anells, utilitzem els nostres resultats juntament amb un resultat recent de Braun i Göbel per demostrar que la categoria derivada de $\mathbb{Z}$ no satisfà la α-representabilitat d'Adams per a morfismes si $\alpha > \aleph_0$. Aquest resultat dóna una resposta negativa a una pregunta de Rosický de 2005: "És cert o no que per a tota categoria triangulada amb un model combinatori existeixen cardinals α arbitràriament grans per als quals $\mathcal{T}$ satisfà la α-representabilitat per a morfismes?".

- Bharti Pridhnani Pridhnani va llegir la seva tesi, dirigida per Joaquim Ortega-Cerdà, titulada *Spaces of bandlimited functions on compact manifolds*, el dia 9 de setembre de 2011. La tesi correspon al Departament de Matemàtica Aplicada i Anàlisi de la Universitat de Barcelona.

En aquesta tesi, estudiem les famílies d'interpolació i *sampling* (mostreig) en espais de funcions de banda limitada en varietats compactes. Les nocions de *sampling* i interpolació tenen un paper fonamental en problemes com ara recuperar un senyal continu a través de les mostres discretes. Aquestes dues nocions són, en part, de caràcter oposat: un conjunt de *sampling* ha de ser suficientment dens per poder recuperar la informació i, en un conjunt d'interpolació, els punts han de ser suficientment separats per poder trobar una funció que interpola certs valors. A grans trets, una successió de *sampling* per a un cert espai de funcions és una successió de punts $\{\lambda_n\}_n$ tals que la norma de tota funció f de l'espai és equivalent a la norma de la successió que resulta d'avaluar la funció en els punts $\{\lambda_n\}_n$.

Considerem per tot $n \in \mathbb{N}$, l'espai de polinomis restringits a $\mathbb{S}^1$ de grau menor o igual que n,

$$\mathcal{P}_n = \left\{ q(z) = \sum_{k=0}^{n} a_k z^k,\ z \in \mathbb{S}^1 \right\},$$

dotat de la norma L^2:

$$\|q\| = \left(\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} |q(e^{i\theta})|^2 d\theta \right)^{1/2}.$$

El paper de les successions de *sampling* el fa ara una família triangular de punts anomenada Marcinkiewicz-Zygmund (M-Z). La definició formal és la següent: *Donada una família triangular de punts* $\mathtt{Z} = \{\mathtt{Z}(n)\}_{n\geq 0} \subset \mathbb{S}^1$ *amb* $Z(n) = \{z_{nj}\}_{j=0,\dots,m_n}$, *diem que* $\mathtt{Z}$ *és* M-Z *per* L^p $(1 \leq p < +\infty)$ *si per tot* $n \in \mathbb{N}$ i $q \in \mathcal{P}_n$ *se satisfà:*

$$\frac{C_p^{-1}}{n} \sum_{j=0}^{m_n} |q(z_{nj})|^p \leq \int_0^{2\pi} |q(e^{i\theta})|^p d\theta$$

$$\leq \frac{C_p}{n} \sum_{j=0}^{m_n} |q(z_{nj})|^p,$$

amb C_p independent de n.

Per exemple, les arrels $(n+1)$-èssimes satisfan la desigualtat anterior. Aquest tipus de desigualtats són similars a les de ser successions de *sampling* en el context de Paley-Wiener. De fet, aquesta similitud és més que superficial. La primera desigualtat en la definició de M-Z s'anomena desigualtat del tipus Plancherel-Pólya i és conseqüència d'una caracterització de les mesures de Carleson. La segona desigualtat és la més complicada de caracteritzar. En un article recent, J. Ortega-Cerdà i J. Saludes van estudiar amb detall el cas de $\mathbb{S}^1$. Van provar condicions necessàries i suficients perquè una família sigui de M-Z en termes de les densitats de Beurling-Landau. Amb aquest treball i les idees de Landau, J. Marzo va provar, en la seva tesi doctoral l'any 2008, condicions necessàries perquè una família de $\mathbb{S}^m$ sigui d'interpolació o *sampling* en termes de les densitats de Beurling-Landau. J. Marzo va considerar espais de funcions que consisteixen en combinacions lineals d'harmònics esfèrics de $\mathbb{S}^m$ de grau més petit que L. Aquestes funcions són de banda limitada i la banda ve donada pel grau L.

L'objectiu de la tesi és generalitzar els resultats obtinguts en la tesi de J. Marzo al cas d'una varietat compacta de dimensió $m \geq 2$ arbitrària (el cas 1-dimensional ja estava completament estudiat per J. Ortega-Cerdà i J. Saludes). Els harmònics esfèrics es caracteritzen com els vectors propis de l'operador de Laplace-Beltrami de la $\mathbb{S}^m$. Per tant, la generalització natural dels harmònics esfèrics són els vectors propis de l'operador de Laplace-Beltrami associat a la varietat. Ens concentrarem en la norma L^2. La dificultat i diferència principal amb el cas de $\mathbb{S}^m$ és el fet que un no pot fer el producte de dues funcions de banda limitada i obtenir una altra funció dels espais considerats. També, en una varietat compacta arbitrària, no tenim una expressió explícita del nucli reproductor dels espais que considerem. Per tant, una de les dificultats més importants és la construcció de funcions de banda limitada amb un control del seu decaïment fora d'una bola geodèsica fixada. En moltes ocasions, el nucli reproductor sol ser una funció test per provar condicions necessàries en alguna caracterització. Aquesta funció, també anomenada com la funció espectral associada al laplacià, ha estat tema de recerca de molts autors, dels quals destaca L. Hörmander, que va provar algunes estimacions de la funció espectral associada a qualsevol operador el·líptic en varietats compactes.

La tesi s'estructura en quatre capítols.

En el primer capítol, introduïm el context del nostre problema i els resultats principals provats al llarg d'aquesta tesi. També descrivim el comportament asimptòtic del nucli reproductor i la construcció de nous nuclis associats als nostres espais amb un decaïment fora de la diagonal. A més a més, expliquem algunes eines que tindran un paper fonamental en les proves dels nostres resultats.

En el segon capítol, estudiem el problema del *sampling* continu. El paper d'una família discreta de *sampling* el realitza una successió de conjunts en la varietat anomenada successió de Logvinenko-Sereda. Un problema més dèbil consisteix a trobar una caracterització de les mesures de Carleson. Aquesta qüestió també s'ha resolt en termes d'una condició geomètrica.

En el tercer capítol, provem algunes condicions (qualitatives) necessàries i suficients per a la interpolació i *sampling*. Definim l'anàleg a la densitat de Beurling-Landau i provem, seguint les idees de Landau en el context dels espais de Paley-Wiener, condicions quantitatives necessàries perquè una família sigui de *sampling* o d'interpolació.

Finalment, en el quart capítol, donem una aplicació dels resultats de densitat obtinguts en el capítol 3. Estudiem les famílies de punts de Fekete en varietats compactes amb certa propietat. Els punts de Fekete són punts que maximitzen un determinant del tipus Vandermonde que apareix en la fórmula d'interpolació del polinomi de Lagrange. Són punts adients per a les fórmules d'interpolació i la integració numèrica. Els punts de Fekete tenen la propietat que són quasi d'interpolació i M-Z. Per tant, aquest tipus de punts estan ben distribuïts en la varietat, ja que contenen informació suficient per recuperar la norma L^2 d'una funció de banda limitada, i són suficientment separats per a interpolar alguns valors fixats.

Els resultats d'aquesta tesi estan continguts en dos articles que es publicaran en breu.

- Konstantinos Tsaprounis va llegir la seva tesi, dirigida per Joan Bagaria i Pigrau, titulada *Large cardinals and resurrection axioms*, el dia 14 de desembre de 2012. La tesi correspon al Departament de Lògica, Història i Filosofia de la Ciència de la Universitat de Barcelona.

La teoria de grans cardinals i el *forcing* ocupen un lloc central en la teoria de conjunts, amb nombroses aplicacions a altres àrees de la matemàtica. En aquest treball de tesi doctoral, s'estudien els cardinals $C^{(n)}$, una nova classe de grans cardinals, introduïda per Bagaria (2012), que estén, a partir dels cardinals superforts, la jerarquia clàssica dels grans cardinals. També s'estudia un nou tipus d'axiomes de forcing, els anomenats *axiomes de resurrecció* (Hamkins i Johnstone (2009)), i s'introdueixen noves formes d'aquests axiomes no fitades que constitueixen els axiomes de forcing més forts descoberts fins ara i se'n demostra la consistència a partir de l'existència d'un cardinal extensible. Describim breument a continuació el contingut de la tesi, enumerant els resultats més importants.

Després del primer capítol, de caire introductori, en el capítol 2 s'estudien vàries jerarquies de cardinals $C^{(n)}$. En el context d'una immersió elemental $j\colon V \to M$ associada a un cardinal $C^{(n)}$, es construeixen cadenes de subestructures elementals de M per tal de trobar fites superiors de consistència per a la noció de gran cardinal sota consideració. En particular, s'obtenen nous resultats per a les versions $C^{(n)}$ de cardinals alts, forts, superforts, supercompactes i extensibles. També s'estudien per primera vegada les versions $C^{(n)}$ dels cardinals de Woodin i dels fortament compactes, i s'obtenen noves caracteritzacions d'aquests cardinals.

En el capítol 3 s'estudia la interacció dels cardinals $C^{(n)}$ amb la tècnica del *forcing*. El capítol 4 està centrat en els cardinals extensibles. Utilitzant els mètodes desenvolupats en el capítol 2, es demostra l'existència d'una funció de Laver apropiada per a aquests cardinals. També es demostra que en el cas dels cardinals extensibles no es poden usar funcions de Laver per a obtenir resultas d'indestructibilitat. Pel camí es dóna una nova caracterització d'extensibilitat i, finalment, es demostra que es pot forçar la hipòtesi generalitzada del continu preservant aquests cardinals.

El capítol 5 està dedicat als axiomes de resurrecció. Primer, considerem la classe d'ordres parcials que preserven conjunts estacionaris de ω_1. Assumint la consistència de l'existència d'un cardinal extensible, obtenim un model de ZFC on val l'axioma de resurrecció per a aquesta classe d'ordres parcials. L'anàlisi de la demostració ens porta a formular noves formes molt més fortes d'aquests axiomes, que anomenem *resurrecció no fitada*. Després demostrem que la consistència d'aquests axiomes se segueix de l'existència d'un cardinal extensible i que, per a les corresponents classes d'ordres parcials, aquests axiomes generalitzen els axiomes de *forcing* PFA (*proper forcing axiom*) i MM (*Martin's maximum*). També obtenim vàries conseqüències dels axiomes de resurrecció no fitada. Per exemple, l'axioma per a la classe d'ordres parcials ccc implica l'Axioma de Martin i que la cardinalitat del continu és dèbilment inaccessible. Finalment, establim fites inferiors de consistència per a aquests axiomes, demostrant que impliquen la negació de formes dèbils del principi de Jensen.

La tesi conclou amb un apèndix on s'hi desenvolupa la teoria d'extensors (*extenders*), que és necessària per als resultats dels capítols anteriors.